CHIZIQLI ALGEBRAIK TENGLAMALAR SISTEMASINI YECHISHDA INNOVATSION YONDASHUVLAR

Gadayev Rustam Rajabovich katta o‘qituvchi
Eshbo‘tayev Kamron Jahongir o‘g‘li talaba



Annotatsiya

Ushbu maqolada oliy matematika fanining chiziqli algebra sohasida muhum o’rin egallagan chiziqli tenglamalar sistemasi va uni yechish usullarini o’rganishga doir asosiy tushunchalar va ularning masalalarni yechishga tadbiqlariga oid ba’zi amaliy masalalar o’rganilgan.

Kalit so’zlar: chiziqli tenglamalar sistemasi, masala, o’zgaruvchi miqdor, koeffisent, umumiy yechim, xususiy yechim.

Аннотация

В данной статье изучаются система линейных уравнений, занимающая важное место в области линейной алгебры высшей математики, и основные понятия обучения методам ее решения, а также некоторые практические вопросы, связанные с их применением для решения задач. .

Ключевые слова: система линейных уравнений, задача, переменная величина, коэффициент, общее решение, частное решение.

Annotation In this article, the system of linear equations, which occupies an important place in the field of linear algebra of higher mathematics, and the basic concepts of learning its solution methods, and some practical issues related to their application to solving problems are studied.

Key words: system of linear equations, problem, variable quantity, coefficient, general solution, particular solution.

Ushbu
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \tag{1}$$

ko’rinishdagi sistemaga n *ta noma’lumli* m *ta chiziqli tenglamalar sistemasi* deyiladi.

Bu yerda $a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{mn}$ haqiqiy sonlarga *sistemaning koeffitsiyentlari,* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *noma’lumlar,* $b_1, b_2, \ldots, b_m$ haqiqiy sonlarga sistemaning *ozod hadlar* deyiladi.

(1) sistema koeffitsiyentlaridan tuzilgan
$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix} \tag{2}$$

matritsaga (1) sistemaning *matritsasi* (*asosiy matritsasi*) deyiladi.

(1) sistemani
$$AX = B \tag{3}$$

matritsa tenglama ko’rinishida yozish mumkin, bu yerda
$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Haqiqatdan ham

$$AX = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{pmatrix} = B.$$

(1) sistema tenglamalarini ayniyatga aylantiradigan noma'lumlarning tartiblangan $x_1^o, x_2^o, \ldots, x_n^o$ qiymatlariga (1) *sistemaning yechimi* deyiladi.

Kamida bitta yechimga ega bo'lgan sistemaga ***birgalikda bo'lgan sistema***, bitta ham yechimga ega bo'lmagan sistemaga ***birgalikda bo'lmagan sistema*** deyiladi.

Birgalikda bo'lgan va yagona yechimga ega sistemaga *aniq sistema*, cheksiz ko'p yechimga ega sistemaga *aniqmas sistema* deyiladi. Aniqmas sistemaning har bir yechimi *sistemaning xususiy yechimi* deb ataladi. Barcha xususiy yechimlar to'plami *sistemaning umumiy yechimi* deyiladi.

Sistemani *tekshirish* deganda sistemaning birgalikda yoki birgalikda emasligini aniqlash va agar sistema birgalikda bo'lsa, u holda uning aniq yoki aniqmasligini tekshirish tushuniladi. Birgalikda bo'lgan sistemaning umumiy yechimini topishga *sistemani yechish* deyiladi.

Yechimlari to'plami bir xil bo'lgan, ya'ni birinchisining har bir yechimi ikkinchisining yechimi bo'ladigan, shuningdek, ikkinchisining har bir yechimi birinchisining yechimi bo'ladigan ikkita sistemaga *ekvivalent* (*teng kuchli*) *sistemalar* deyiladi.

Ushbu almashtirishlar *sistemada elementar almashtirishlar* deb yuritiladi:

- sistema istalgan ikkita tenglamasining o'rinlarini almashtirish;
- sistemaning istalgan tenglamasini noldan farqli songa ko'paytirish (bo'lish);
- sistemaning istalgan tenglamasiga nolga teng bo'lmagan songa ko'paytirilgan boshqa tenglamasini qo'shish.

(1) sistemada elementar almashtirishlar bajarilganida ekvivalent sistemalar hosil bo'ladi.

Xosmas tenglamalar sistemasini yechish

Ushbu

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \qquad (5)$$

n ta noma'lumli n ta chiziqli tenglamalar sistemasi berilgan bo'lsin.

Bu sistemaning

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix} \qquad (6)$$

matritsasi kvadrat matritsa bo'ladi. A matritsaning

$$\Delta = \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (7)$$

determinantiga (5) *sistemaning determinanti* deyiladi.

Agar $\Delta = \det A \neq 0$ bo'lsa, (5) sistemaga *xosmas* (yoki *maxsusmas*) *sistema* deyiladi. Aks holda, ya'ni $\Delta = \det A = 0$ bo'lsa, (5) sistemaga *xos* (yoki *maxsus*) *sistema* deyiladi.

Xosmas sistemalarni yechishning ikkita usulini qaraymiz.

1. Matritsalar usuli

Bu usul (5) sistemaning ushbu

$$AX = B \tag{8}$$

matritsa ko'rinishini yechishga asoslanadi.

A matritsa xosmas bo'lgani uchun A^{-1} teskarisi mavjud bo'ladi.

(8) tenglikning har ikkala tomonini A^{-1} ga chapdan ko'paytiramiz:

$$A^{-1}AX = A^{-1}B, \quad EX = A^{-1}B.$$

Bundan $X = A^{-1}B$ (9) kelib chiqadi.

(9) tenglamaga *chiziqli tenglamalar sistemasini matritsalar usuli bilan yechish formulasi* deyiladi.

1-misol. $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$

tenglamalar sistemasini matritsalar usuli bilan yeching.

Yechilishi: Buning uchun sistema matritsasining determinantini hisoblaymiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 1 + 2 - 1 + 4 - 1 = 5 \neq 0.$$

Demak, sistema xosmas.

A^{-1} teskari matritsani topish uchun determinant elementlarining algebraik to'ldiruvchilarini aniqlaymiz:

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1, \qquad A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -3, \qquad A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1,$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3, \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1, \qquad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2,$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2, \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1, \qquad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3.$$

U holda

$$A^{-1} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Tenglamaning yechimini (9) formula bilan topamiz:

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 5 + 18 - 8 \\ -15 + 6 + 4 \\ 5 - 12 + 12 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 15 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Demak, $x_1 = 3$, $x_2 = -1$, $x_3 = 1$.

2. Determinantlar usuli yoki Kramer formulalari

Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishniung bu usuli determinantlar nazariyasiga asoslanadi.

2-teorema. Agar (5) sistema xosmas bo'lsa, u holda sistema yagona yechimga ega bo'ladi va bu yechim quyidagi formulalar bilan topiladi:

$$x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta},\ x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta}, \ldots,\ x_n = \frac{\Delta x_n}{\Delta}, \tag{10}$$

bu yerda $\Delta x_1, \Delta x_2, \ldots, \Delta x_n$ determinantlar Δ determinantdan mos noma'lum oldidagi koeffitsiyentlarni ozod hadlar bilan almashtirish orqali hosil qilinadi.

Isboti. (5) sistemaning matritsa ko'rinishidagi yechimini, ya'ni (9) formulani quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \ldots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \ldots & A_{n2} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ A_{1n} & A_{2n} & \ldots & A_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{pmatrix}$$

yoki

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{A_{11}b_1 + A_{21}b_2 + \ldots + A_{n1}b_n}{\Delta} \\ \dfrac{A_{12}b_1 + A_{22}b_2 + \ldots + A_{n2}b_2}{\Delta} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dfrac{A_{1n}b_1 + A_{2n}b_2 + \ldots + A_{nn}b_n}{\Delta} \end{pmatrix}$$

Bundan

$$x_1 = \frac{A_{11}b_1 + A_{21}b_2 + \ldots + A_{n1}b_n}{\Delta},$$

$$x_2 = \frac{A_{12}b_1 + A_{22}b_2 + \ldots + A_{n2}b_n}{\Delta},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$x_n = \frac{A_{1n}b_1 + A_{2n}b_n + \ldots + A_{nn}b_n}{\Delta}$$

kelib chiqadi. Ikkinchidan $A_{11}b_1 + A_{21}b_2 + \ldots + A_{n1}b_n$ ifoda

$$\Delta x_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_n & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

determinantning $1-$ustun elementlari bo'yicha yoyilmasiga, ya'ni Δx_1 ga teng. Bunda Δx_1 deteminant Δ determinantdan x_1 noma'lum oldidagi koeffitsiyentlarni ozod hadlar bilan almashtirish orqali hosil qilinadi. Demak, $x_1 = \dfrac{\Delta x_1}{\Delta}$.

(10) tenlikning boshqa formulalari shu kabi isbotlanadi:

$$x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta}, \ldots, \; x_n = \frac{\Delta x_n}{\Delta}.$$

$x_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta} \; (i = \overline{1,n})$ formulalarga *Kramer formulalari* deyiladi.

2-misol $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 16 \end{cases}$

tenglamalar sistemasini Kramer formulalari bilan yeching.

Yechilishi: Buning uchun Δ va Δx_i, $i = 1,2,3$ determinantlarni hisoblaymiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -6 \neq 0, \qquad \Delta x_1 = \begin{vmatrix} 9 & 3 & 2 \\ 14 & 2 & -3 \\ 16 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -12;$$

$$\Delta x_2 = \begin{vmatrix} 2 & 9 & 2 \\ 1 & 14 & -3 \\ 3 & 16 & 1 \end{vmatrix} = -18; \qquad \Delta x_3 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & 14 \\ 3 & 4 & 16 \end{vmatrix} = 12$$

Kramer formulalari bilan topamiz:

$$x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta} = \frac{-12}{-6} = 2, \quad x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3, \quad x_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta} = \frac{12}{-6} = -2.$$

Shunday qilib, n noma'lumli n ta chiziqli xosmas tenglamalar sistemasi yagona yechimga ega bo'ladi va bu yechim yoki (9) matritsalar usuli bilan yoki (10) Kramer formulalari bilan topiladi.

3. Chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss usuli bilan yechish

Oldingi bandda noma'lumlari va tenglamalarining soni teng bo'lgan xosmas chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usullari bilan tanishdik.

Ushbu bandda n noma'lumli m ta chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning qulay usullaridan biri bo'lgan *noma'lumlarni ketma-ket yo'qotish*ga (chiqarishga) asoslangan *Gauss usuli*ni ko'rib chiqamiz.

n ta noma'lumli m ta chiziqli tenglamalar sistemasi berilgan bo'lsin:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{11}$$

(11) sistemani Gauss usuli bilan yechish ikki bosqichda amalga oshiriladi.

Birinchi bosqichda sistema pog'onasimon (xususiy holda, uchburchaksimon) ko'rinishga keltiriladi. Pog'onasimon sistema deyilganida

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1k}x_k + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{22}x_2 + \ldots + a_{2k}x_k + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ a_{kk}x_k + \ldots + a_{kn}x_n = b_m \end{cases}$$

ko'rinishdagi sistema tushuniladi, bu yerda $k \le n,\ a_{ii} \ne 0,\ i = \overline{1,k}.$

Ikkinchi bosqichda noma'lumlar pog'onasimon sistemadan ketma-ket topiladi.

1-bosqich. Sistemada quyidagi almashtirishlarni bajaramiz: birinchi tenglamaning chap va o'ng tomonini $a_{11} \ne 0$ ga (agar $a_{11} = 0$ bo'lsa, u holda bu tenglama sistemaning x_1 noma'lum oldidagi koeffitsiyenti nolga teng bo'lmagan tenglamasi bilan almashtiriladi) bo'lamiz. Keyin hosil qilingan tenglamani $(-a_{i1})$ ga ko'paytirib, i - tenglamaga qo'shamiz. Bunda sistema tenglamalarining ikkinchisidan boshlab x_1 qatnashgan hadlar yo'qotiladi va (9) sistema quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$\begin{cases} x_1 + a_{12}^{(1)}x_2 + a_{13}^{(1)}x_3 + \ldots + a_{1n}^{(1)}x_n = b_1^{(1)}, \\ a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 + \ldots + a_{2n}^{(1)}x_n = b_2^{(1)}, \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ a_{m2}^{(1)}x_2 + a_{m3}^{(1)}x_3 + \ldots + a_{mn}^{(1)}x_n = b_m^{(1)}, \end{cases}$$

bu yerda $a_{ij}^{(1)},\ b_i^{(1)}\ (i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n})$ – sistemaning birinchi almashtirishlardan keyin hosil qilingan koeffitsiyentlari va ozod hadlari.

Sistemada x_1 noma'lum oldidagi koeffitsiyenti birga teng bo'lgan tenglama bor bo'lsa, bu tenglamani birinchi yozish orqali hisoblashlar osonlashtirilishi mumkin.

Shu kabi $a_{22}^{(1)} \ne 0$ deb, sistemaning uchinchi tenglamasidan boshlab x_2 noma'lumni yo'qotamiz va bu jarayonni mumkin bo'lguniga qadar davom ettiramiz.

Bu bosqichda, agar:

- $0 = 0$ ko'rinishdagi tengliklar paydo bo'lsa, u holda bu tengliklar tashlab yuboriladi.

- $0 = b_i^{(k)}\ (b_i^k \ne 0)$ ko'rinishdagi tengliklar paydo bo'lsa, u holda jarayon to'xtatiladi, chunki berilgan sistema birgalikda bo'lmaydi.

2-bosqich. Pog'onasimon sistemani yechamiz. Pog'onasimon sistemada k tenglamalar soni n noma'lumlar soniga teng yoki no'malumlar sonidan kichik bo'lishi mumkin. Shu sababli bu sistema yagona yoki cheksiz ko'p ychimga ega bo'lishi mumkin.

Agar sistema uchburchaksimon ko'rinishga kelsa, ya'ni $k = n$ bo'lsa, sistema yagona yechimga ega bo'ladi. Agar sistema trapetsiyasimon ko'rinishga kelsa, ya'ni $k < n$ bo'lsa, sistema cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi.

3-misol.

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - x_3 = -2, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -11, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini Gauss usuli bilan yeching.

Yechilishi: Buning uchun sistemada quyidagi almashtirishlarni bajaramiz:

- birinchi va uchinchi tenglamalarning o'rinlarini almashtiramiz;

- (-3) ga ko'paytirilgan birinchi tenglamani ikkinchi tenglamaga va (-2) ga ko'paytirilgan birinchi tenglamani uchinchi tenglamaga hadma-had qo'shamiz;

- ikkinchi va uchinchi tenglama hadlarini mos ravishda 7 ga va (-9) ga bo'lamiz

- x_3 ning qiymatini birinchi va ikkinchi tenglamalarga qo'yamiz; ikkinchi tenglamadan x_2 ni topib, uning qiymatini birinchi tenglamaga qo'yamiz;

- sistemaning yechimlarini $x_1,\ x_2,\ x_3$ ketma-ketlikda yozamiz.

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - x_3 = -2, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -11, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -11, \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 = -2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8, \\ 7x_2 - 14x_3 = -35, \\ -9x_3 = -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8, \\ x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_3 = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_3 = 2, \\ x_2 - 2 \cdot 2 = -5, \\ x_1 - 2x_2 + 4 \cdot 2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 2, \\ x_2 = -1, \\ x_1 - 2 \cdot (-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2, \\ x_2 = -1, \\ x_3 = 2. \end{cases}$$

Xosmas tenglamalar sistemasini Gauss usuli bilan yechishda bu usulning boshqa bir turi ***Jordan-Gauss usuli*** qo'llaniladi. Bu usulda kengaytirilgan $(A|B)$ matritsa ustida elementar almashtirishlar bajariladi va A matritsa o'rnida E matritsa hosil qilinadi, ya'ni u $(E|X)$ ko'rinishga keltiriladi. Bunda oxirgi kengaytirilgan matritsadagi X matritsa chiziqli tenglamalar sistemasining yechimi bo'ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xurramov Sh.R. Oliy matematika. T.: "Tafakkur", 1-jild 2018 yil.
2. Д.Т. Писменный. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс. М.: Айрис Пресс, 2009.
3. Джанизоков У.А. (2024). О ПРИЛОЖЕНИЯХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ. Экономика и социум, (4-1 (119)), 851-854.
4. Djanizoqov U.A. (2024). PARAMETRLI KVADRAT TENGLAMALARNI YECHISHNING GRAFIK USULI. Экономика и социум, (6-1 (121)), 179-182.
5. Соатов У.А. , & Джонизаков У.А. (2024). О СОСТАВЛЕНИИ И МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ. Экономика и социум, (2-2 (117)), 656-659.
6. Соатов У.А. , & Джонизаков У.А. (2024). О МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ. Экономика и социум, (2-2 (117)), 660-664.
7. Джонизаков Улугбек Абдуганиевич, & Буриев Фазлиддин Абдужабборович. (2024). ПРИЛОЖЕНИЕ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ РЯДОВ. *Uzbek Scholar Journal*, *28*, 68–71.
8. Djanizoqov Ulug'bek Abdug'oniyevich, & Amonov Jonibek Suyunboyevich. (2024). JISMNING UZOQLASHISH TEZLIGINI HISOBLASHDA ANIQ INTEGRALDAN FOYDALANISH. *Uzbek Scholar Journal*, *28*, 72–75.
9. Djanizoqov Ulug'bek Abdug'oniyevich, & Asatulloyev Javohir Sanjarovich. (2024). QATORLARNI ANIQ INTEGRALLARNI HISOBLASHGA TADBIQI. *Uzbek Scholar*

Journal, *28*, 76–79.

10. Djanizoqov, U. A., & Axmatov, J. J. (2024). ELEKTROTEXNIKA MASALALARIDA DIFFERENSIAL TENGLAMALARNINGQO'LLANILISHI. *Экономика и социум*, (3-1 (118)), 114-117.

11. Джанизоков, У. А., & Гадаев, Р. Р. (2023). ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ ПРИ РЕШЕНИИ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ. *Экономика и социум*, (4-1 (107)), 563-567.

12. Muxtorov, S. (2023). FUNKSIYANING MONOTONLIK XOSSALARINING QO'LLANILISHI. *Research and implementation*.

13. Соатов, У. А., & Джанизоков, У. А. (2023). О НЕКОТОРЫХ СПОСОБАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ. *Экономика и социум, (1-1 (104))*, 411-415.

14. Abduganievich, D. U., & Rajabovich, G. R. (2023). PARAMETRIC LINEAR EQUATIONS AND METHODS FOR THEIR SOLUTION. *Open Access Repository*, *4*(2)

15. Sanjar, S. (2022). VOCATIONAL ORIENTATION THROUGH THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL COMPETENCES IN THE STUDENTS OF TECHNICAL HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS. CURRENT RESEARCH JOURNAL OF PEDAGOGICS, 3(06), 58-64.